Cvičení č. 8

Jméno
xlogin00

5. dubna 2012

1 Soustavy lineárních algebraických rovnic

Pro soustavu lineárních algebraických rovnic o dvou neznámých:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot y &= b_1 \\ a_{21} \cdot x + a_{22} \cdot y &= b_2 \end{aligned}$$

vypočítejte řešení pomocí soustav dif. rovnic (použijte vhodný řešič: TKSL, Simulink, ode45 v Matlabu ...). Řešení proveďte elementární úpravou s ověřením stability pomocí vlastních čísel a následně i metodou s využitím transponované matice. Zvolte koeficienty $a_{11}, \cdots, b_2$ i počáteční podmínky tak, aby pro elementární úpravu soustavy vycházela řešení nestabilní. Soustavu řeště na dvou různých sadách počátečních podmínek a ukažte, že v obou případech řešení konverguje k stejným hodnotám.

Ověřte nalezené hodnoty v Matlabu příkazem `linsolve(A,b)`, kde A a b jsou příslušné matice.

Vytvořte novou sadu koeficientů tak, aby soustava nebyla regulární (det(A) = 0). Na dvou sadách počátečních podmínek ukažte, že naleznete dva různé výsledky.

2 Ověření stability vlastních čísel

$$a_{11} = 1$$

$$a_{12} = 0$$

$$b_1 = 3$$

$$a_{21} = 2$$

$$a_{22} = 3$$

$$b_2 = 1$$

výsledek $\lambda 1, 3$

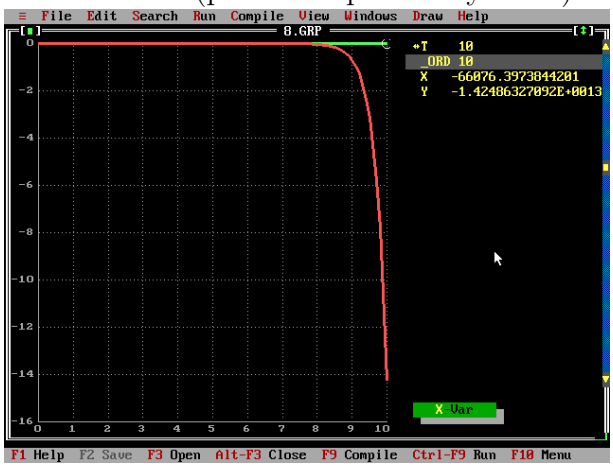
$$\begin{pmatrix} 1-1 & 0 \\ 2 & 3-3 \end{pmatrix} = 0$$

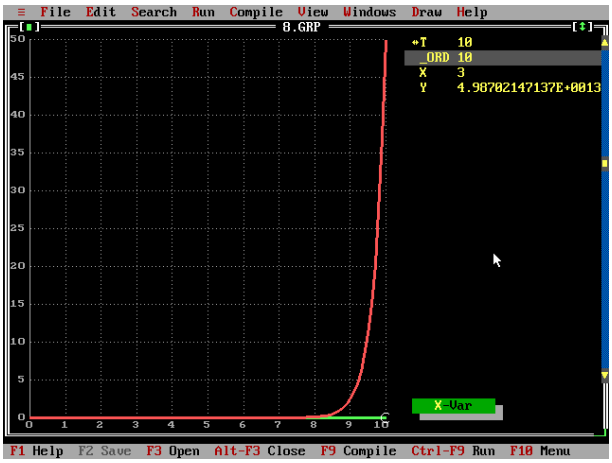
3 Kód v TKSL obou postupů (případně schéma Simulinku nebo kód v Matlabu)

```
var x, y, qx, qy;
const tmax = 10;

const a11 = 1;
const a12 = 0;
const b1 = 3;
const a21 = 2;
const a22 = 3;
const b2 = 1;

system
    {
    x' = a11 * x + a12 * y - b1 & 0;
    y' = a21 * x + a22 * y - b2 & 0;
    }
    qx = a11 * x + a12 * y - b1;
    qy = a21 * x + a22 * y - b2;
    x' = -(a11 * qx + a21 * qy) & 0;
    y' = -(a12 * qx + a22 * qy) & 0;
sysend.
```

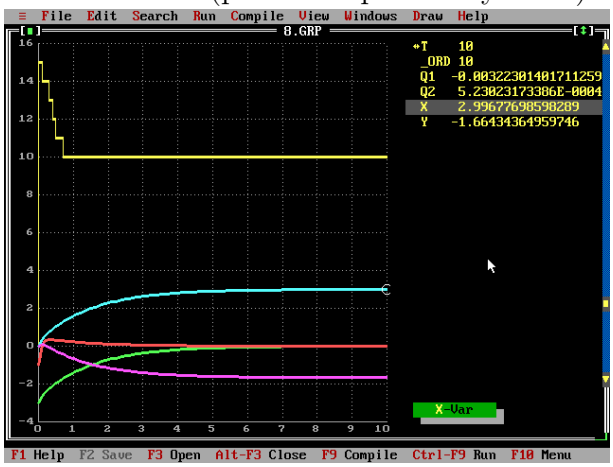
4 Grafický výstup

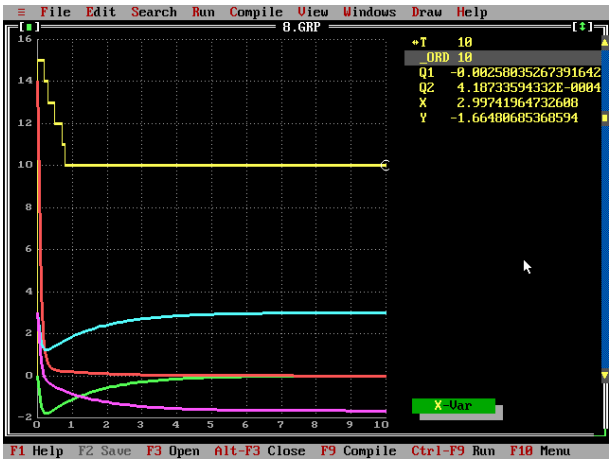
Nestabilní řešení (počáteční podmínky 0 a 3):



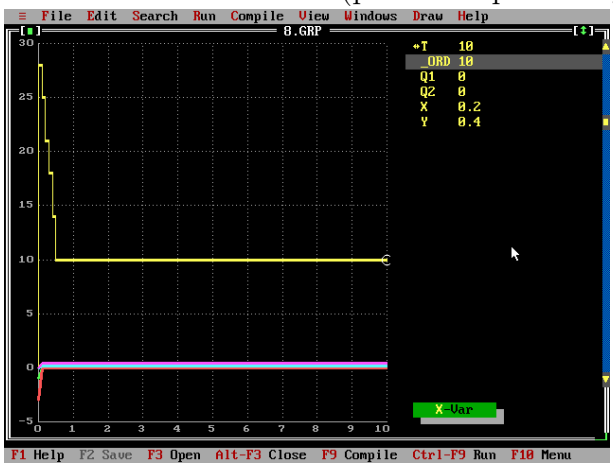


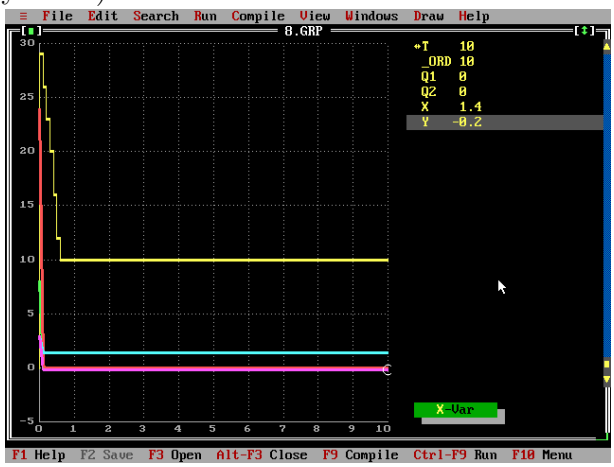
Stabilní řešení (počáteční podmínky 0 a 3):





Lineárně závislé rovnice (počáteční podmínky 0 a 3):





5 Ověření

$$x = 3$$

$$2x + 3y = 1$$

$$3y = -2x + 1 = -2 \cdot 3 + 1 = -6 + 1 = -5$$

$$y = -\frac{5}{3}$$

6 Bonusová část

Stáhněte si soubor `https://www.fit.vutbr.cz/study/courses/VNV/private/2012/cv8/ab.mat`, který obsahuje definici matice A a b pro velkou soustavu rovnic. Tento soubor lze do Matlabu načíst příkazem 'load ab.mat'. Porovnejte časy výpočtu řešením pomocí `linsolve(A,b)` a pomocí soustav dif. rovnice.

Pro měření času můžete použít konstrukci:

```
tic
... merene instrukce ...
cas = toc
```

Pro numerické řešení dif rovnic doporučuji použít příkaz `ode45(@pokfn,[0,tmax],y0)`. Funkce pokfn může vipadat nějak takto:

```
function dydt = pokfn(t, y)
    global A b;
    dydt = A * y - b;
```

Pozor matice A a b již musí být připravené v pozitivně definitním tvaru.

7 Řešení bonusové části

Neřešeno.

8 Závěr

Zjistili jsme, že soustava lineárních rovnic lze řešit pomocí diferenciálních rovnic a TKSL, je ale nutné provést drobné úpravy, aby byla záporná vlastní čísla.